

52 (1) 「 x, y, z のうち少なくとも1つは -1 である。」

||

「 $x+1=0$ または $y+1=0$ または $z+1=0$ 」

||

「 $(x+1)(y+1)(z+1)=0$ 」

ですから

「 x, y, z のうち少なくとも1つは -1 」であることを示すためには

「 $(x+1)(y+1)(z+1)=0$ 」を証明すればいいのです。

(証明)

$$\begin{aligned} & (x+1)(y+1)(z+1) \\ &= (xy+x+y+1)(z+1) \\ &= xyz+xy+xz+x+y+z+1 \\ &= (xyz+xy+yz+xz) + (x+y+z) + 1 \\ &= 0 + (-1) + 1 = 0 \end{aligned}$$

∴ a, b, c のうち少なくとも1つは -1 である

※ ちなみに「 $x=y=z=-1$ 」

||

「 $x=-1$ かつ $y=-1$ かつ $z=-1$ 」

||

「 $x+1=0$ かつ $y+1=0$ かつ $z+1=0$ 」

||

「 $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 0$ 」